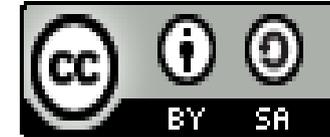


Hochfrequenz auf Leitungen

ein Grundlagenvortrag

Alle Rechte an diesem Vortrag bis auf die Simulationsbilder:
© 2023 Dr. Andreas Krüger, DJ3EI dj3ei@famsik.de



Dieser Vortrag ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International [Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Diese Folien gibt es bei
[https://dj3ei.famsik.de/
2023-Vortrag_HF-Leitungen](https://dj3ei.famsik.de/2023-Vortrag_HF-Leitungen)



Version vom 24.06.2023 9:15 für HamRadio 2023
mit Nachtrag 19.07.2023 13:45 auf Folie 57.

Ankündigungstext

HamRadio-Online-Programm

Der sogenannte „Wellenwiderstand“ unserer üblichen Koaxkabel beträgt 50Ω . Aber was hat es mit diesen 50Ω eigentlich auf sich? Dieser Vortrag gibt eine Antwort. Auf ihr aufbauend wird das Phänomen der Reflexion besprochen. Auf der Grundlage von „Wellenwiderstand“ und „Reflexion“ lassen sich die gängigen Formeln für „Reflexionskoeffizient“ und „Stehwellenverhältnis“ herleiten - natürlich erst, nachdem erklärt wurde, was diese beiden Begriffe überhaupt bedeuten. Am Ziel des Vortrags wartet schließlich ein grundsätzliches Verständnis, warum und wie HF-Leitungen Impedanzen transformieren.

Andreas, DJ3EI

- Lizenz seit 2001
- Kleine Amateurfunkstation (Mietwohnung, mittelmäßige Antenne, QRP) CW, JS8, Ragchew, Conteste
- Immer mal was Neues
- Mache gerne AJW, am liebsten W, schon lange (Urversion dieses Vortrags: HamRadio Viadrina 2007)
- Mein W-Vorgehen heute und auch sonst gerne: „Aller Anfang ist schwer“ - also anderen *den Anfang* leicht machen (Grundlagen gründlich gründen).

Fragen? Fragen!

BK

Inhaltsverzeichnis

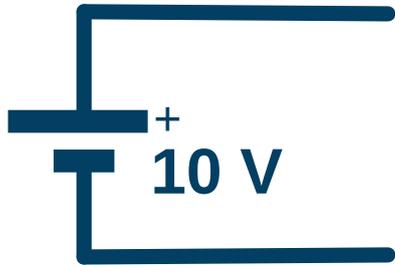
- Denkmodell-Beispiel:
Spannungsquelle mit Innenwiderstand
- Wellenwiderstand
- Reflexion und Reflektionsfaktor
- Leitungen als Impedanztransformatoren
- Stehwellenverhältnis
- Bonusmaterial

Was ist ein Denkmodell?

- Vereinfachende Vorstellung über die Wirklichkeit.
- Wo die Vorstellung passt:
Ermöglicht und erleichtert
Verständnis, qualitative Analyse, Berechnung
- Hat Grenzen.

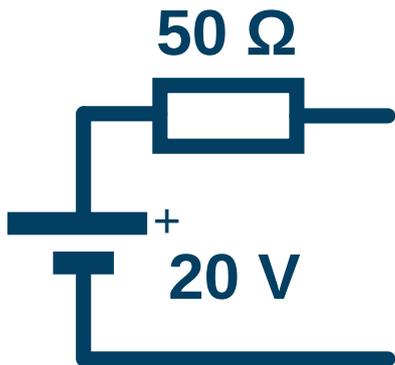
extrem nützlich

Beispiel für Denkmodelle

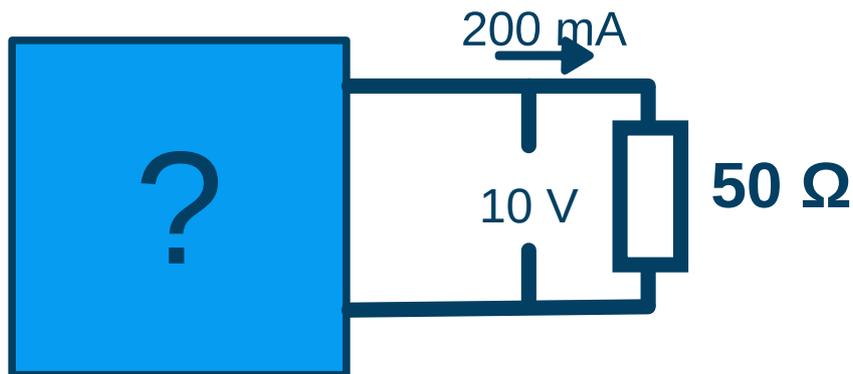


Ideale Spannungsquelle

Denkmodellgrenze bei hohen Strömen.



*Spannungsquelle mit
Leerlaufspannung und Innenwiderstand*



austauschbar!

Inhaltsverzeichnis

- Denkmodell-Beispiel:
Spannungsquelle mit Innenwiderstand ✓
- Wellenwiderstand
- Reflexion und Reflektionsfaktor
- Leitungen als Impedanztransformatoren
- Stehwellenverhältnis
- Bonusmaterial

Andere

Denkmodelle für Leitungen



Eine verlustlose Leitung verbraucht keine Energie, sie leitet sie weiter (und speichert etwas).

- Wenn ich eine Spannung an die Leitung anlege, speichert sie Energie *kapazitiv*.
- Wenn ich einen Strom durch die Leitung fließen lasse, speichert sie Energie *induktiv*.

Im normalen Tagesgeschäft einer Leitung passiert beides gleichzeitig.

Noch ein Denkmodell

In einem geschlossenen unverzweigten Stromkreis ist der fließende Strom an jeder Stelle gleich groß.



Auch nach dem Schließen des Doppelschalters fließt kein Strom, da der Stromkreis nicht geschlossen ist.

Gut für langsame Vorgänge.
Grenzen dieses Denkmodells:
Wenn's schnell wird.

Schnelle Vorgänge



Eine Leitung von z.B. 2,5 m Länge ergibt eine Laufzeit von ca. 10 ns für elektrische Signale (genauer Wert je nach Verzögerungsfaktor der Leitung).

In den ersten 10 ns nach Schließen des Doppelschalters spielt das offene Ende noch keine Rolle.

Schnelle Vorgänge



Eine Leitung von z.B. 2,5 m Länge ergibt eine Laufzeit von ca. 10 ns für elektrische Signale (genauer Wert je nach Verzögerungsfaktor der Leitung).

In den ersten 10 ns nach Schließen des Doppelschalters spielt das offene Ende noch keine Rolle.

In den ersten 20 ns nach Schließen des Doppelschalters spielt das offene Ende noch keine Rolle.

Was passiert in den ersten 10 ns?



?

Denkmodell „Wellenwiderstand“



Anfangs* verhält sich eine Leitung
wie ein Widerstand.

*bis das Signal überhaupt am anderen Ende ankommt

Dieser Widerstand
ist der *Wellenwiderstand* der Leitung
(auch *Impedanz* genannt).

Formelzeichen: Z_0 .

(50 Ω bei Koax, z.B. 300-600 Ω bei Zweidraht-Antennenleitung)

Gedankenexperiment: Eine unendlich lange Leitung

- Eine unendlich lange Leitung bleibt ewig im Anfangszustand,
- verhält sich also für immer wie ein Z_0 -Widerstand.

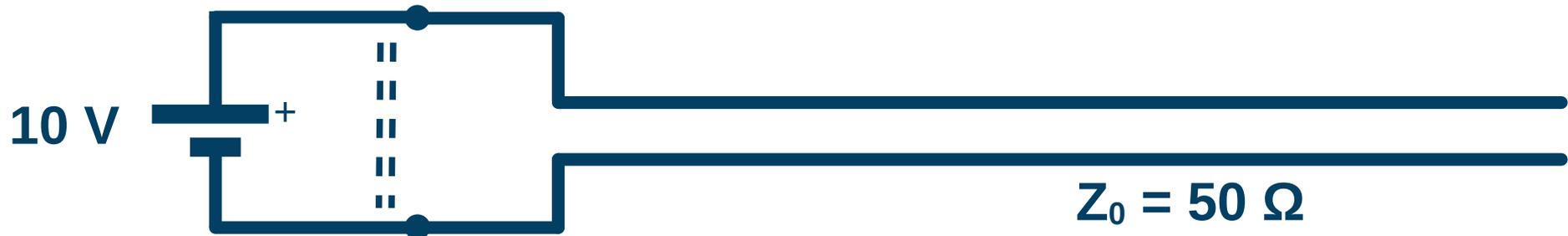
Gedankenexperiment: Eine unendlich lange Leitung

- Eine unendlich lange Leitung bleibt ewig im Anfangszustand,
- verhält sich also für immer wie ein Z_0 -Widerstand.
- Wenn ich die Leitung nach ein paar m abschneide, gilt das auch für den unendlichen Rest.
- Den unendlichen Rest kann ich also klauen und durch einen Z_0 -Widerstand ersetzen: Für das Einspeisen ergibt sich kein Unterschied.

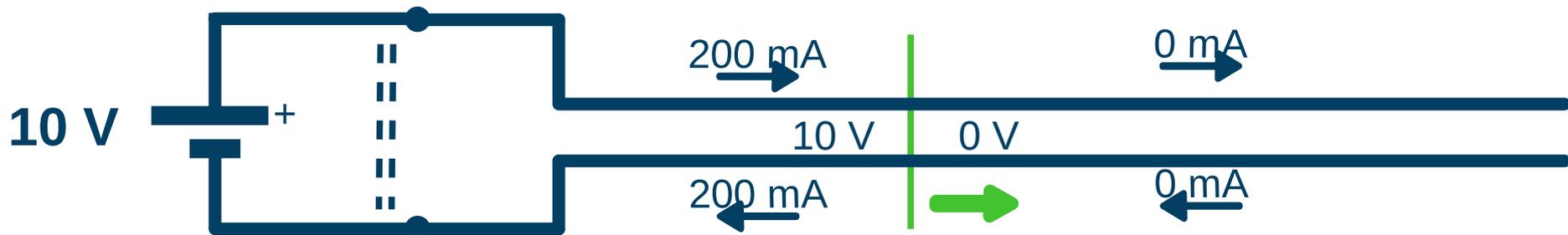


**Eine Leitung hinten mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen
verhält sich vorne wie ihr Wellenwiderstand.**

Was passiert während der ersten 10 ns?

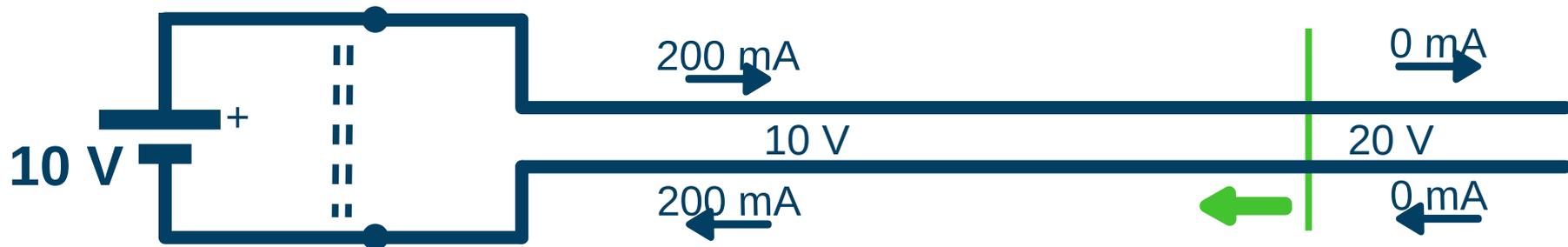


- Nach Schließen des Doppelschalters fließen $10 \text{ V} / 50 \Omega = 200 \text{ mA}$
- 10 V Potentialunterscheid bauen sich auf. Wie?
- Eine **Signalfront** bewegt sich durch die Leitung:



Was passiert während der zweiten 10 ns?

- Die **Signalfront** kehrt sich um und bewegt sich zurück.

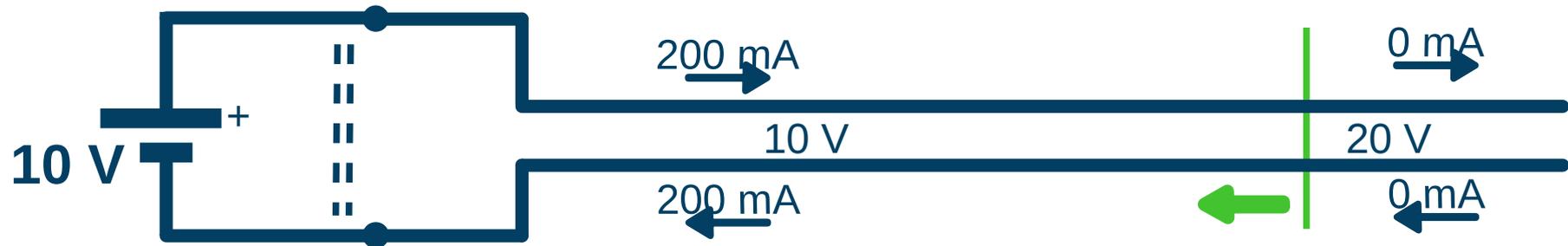


- Rechts von der Signalfront kein Strom.
- Links von der Signalfront dieselben Verhältnisse wie vorher.
- Potentialunterschied springt von 10 V auf 20 V.



Warum?

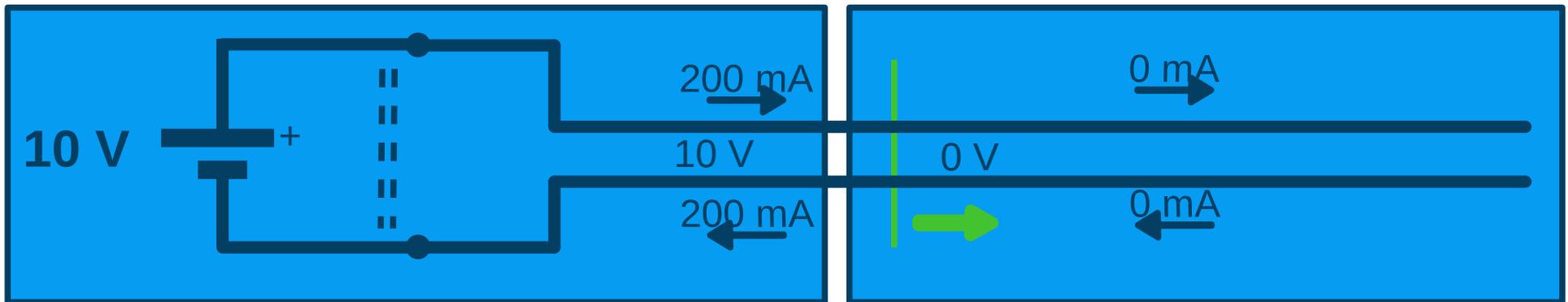
Warum 20 V? Erklärung 1.



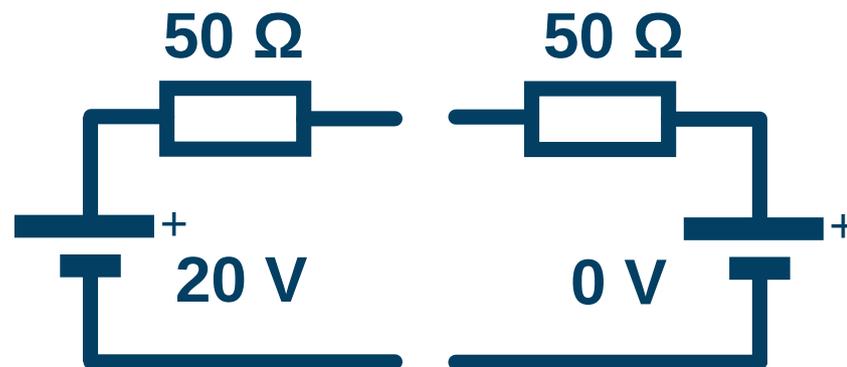
- Eine verlustfrei gedachte Leitung kann Energie nicht verbrauchen, nur speichern.
- Die Energiespeicherung links der Grenze passiert sowohl kapazitiv als auch induktiv, zu gleichen Teilen.
- Wegen der 0 mA wird rechts der Grenze keine Energie mehr induktiv gespeichert.
- Also muss die Spannung an der Grenze steigen.
- Da links der Grenze ständig Energie nachgeliefert wird, hat jedes cm rechts doppelt so viel Energie gespeichert wie jedes cm links.
- Die rechts der Grenze pro Länge kapazitiv gespeicherte Energie ist also viermal so groß wie die links der Grenze kapazitiv gespeicherte Energie: Doppelte Spannung.

Warum 20 V? Erklärung 2.

Zurück zu den ersten 10 ns:



verhält sich wie:



Eine 0 V Spannungsquelle ist ein Kurzschluss.

Warum 20 V? Erklärung 2.

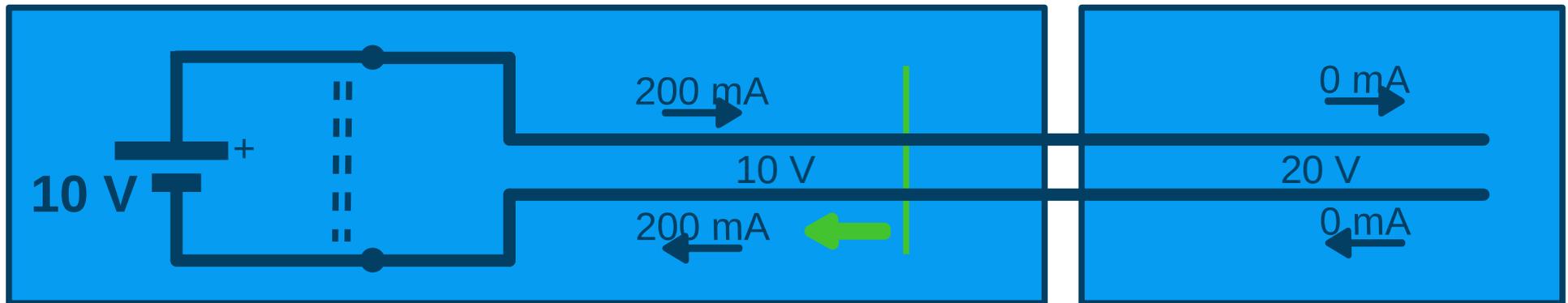
- Z_0 -Leitung verhält sich für den Augenblick immer wie eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand Z_0 .
- Die Leerlaufspannung ändert sich (erst), wenn die Signalfront am Ende angekommen ist.

Eine 0 V Spannungsquelle ist ein Kurzschluss.

Warum 20 V? Erklärung 2.

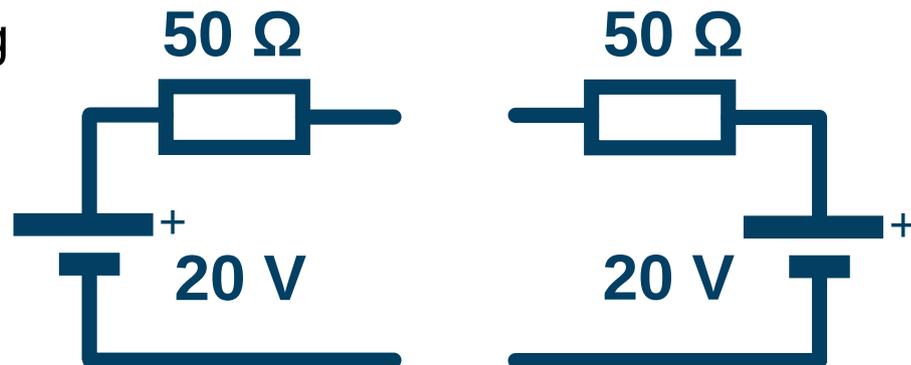
Z_0 -Leitung verhält sich für den Augenblick immer wie eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand Z_0 .

In den zweiten 10 ns:



verhält sich wie?

Es gibt nur eine mögliche Spannung rechts, die auf 0 mA hinausläuft:



Wellenwiderstand-Denkmodell

mehr Details

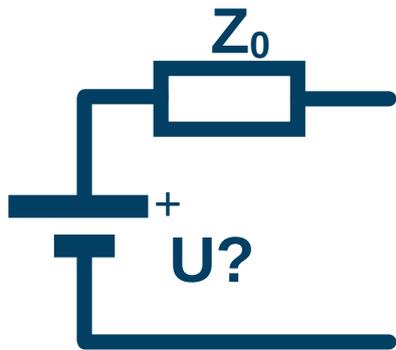
- Ein Stück Z_0 -Leitung ohne Signal verhält sich für den Augenblick wie ein Z_0 -Widerstand.
- Jedes Stück Z_0 -Leitung mit Signal verhält sich für den Augenblick wie eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand Z_0 .

Die Leerlaufspannung auszurechnen ist der Trick!

- Das gilt an jeder Stelle der Leitung
- genauer: sowohl links als auch rechts jeder Stelle.
- Strom und Spannung an der Stelle ergeben sich aus der Kombination von links und rechts.

Wichtiger Trick

Was auch immer an eine Leitung mit Wellenwiderstand Z_0 angeschlossen wird, sollte klugerweise in die Form einer Spannungsquelle mit Innenwiderstand Z_0 umgeschrieben werden.



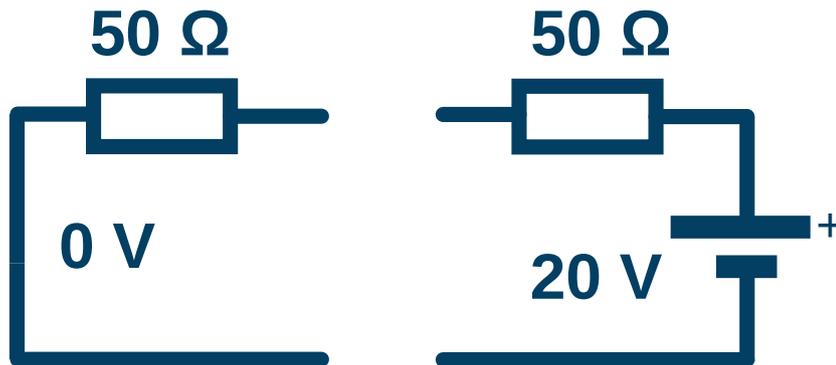
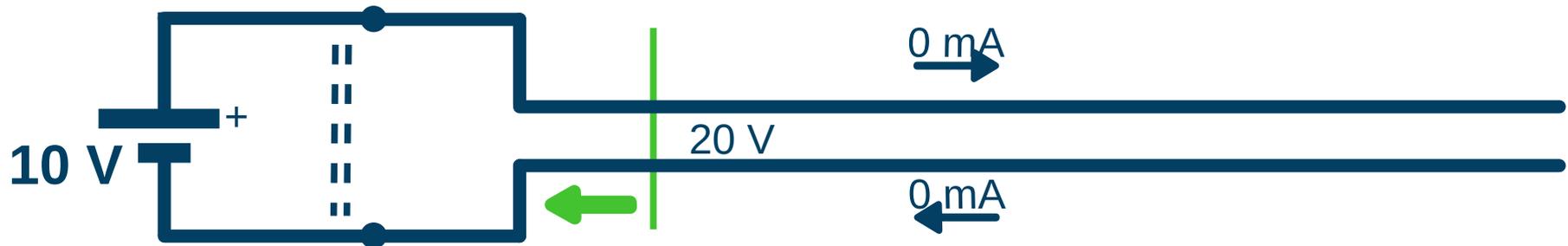
**So etwas direkt anschließen
oder über ein Stück Z_0 -Leitung
verhält sich gleich!**

(bis auf den Laufzeitunterschied)



Geht!

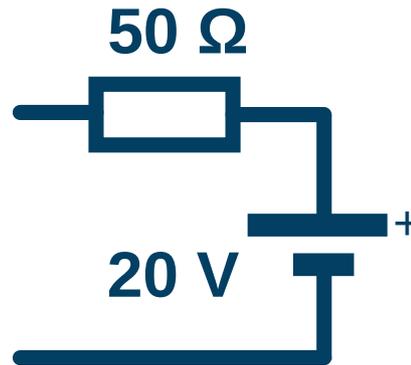
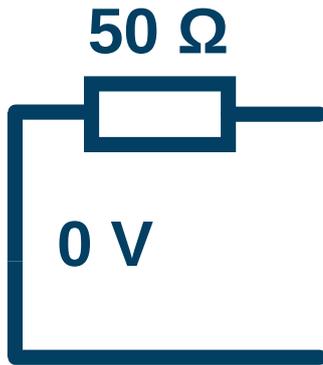
Was passiert nach 20 ns?



Wenn die Signalfront die ideal gedachte 10 V-Spannungsquelle erreicht, erzwingt diese 10 V.

Als Spannungsquelle mit 50 Ω Innenwiderstand umgeschrieben muss sie 0 V Leerlaufspannung haben, um das zu bewerkstelligen!

Was passiert in den dritten 10 ns?

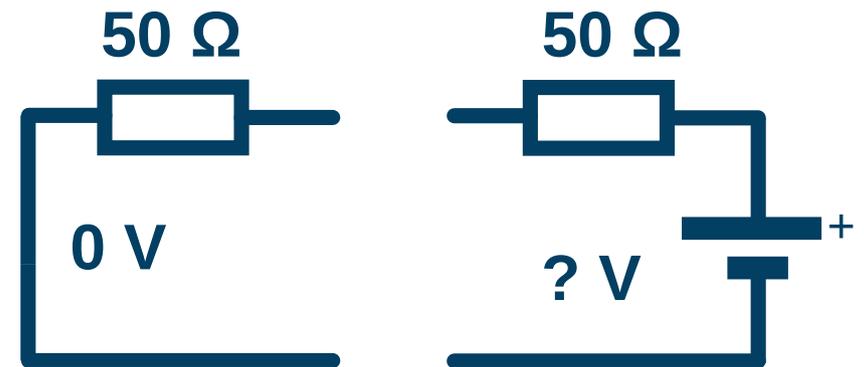


Der Strom fließt jetzt andersherum, die Leitung gibt die Energie wieder in die Spannungsquelle zurück.

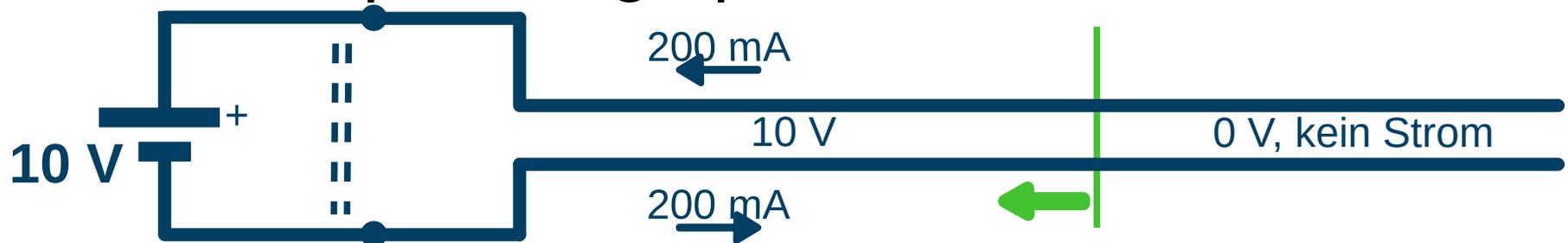
Und weiter?



Das offene Ende der Leitung erzwingt 0 mA.

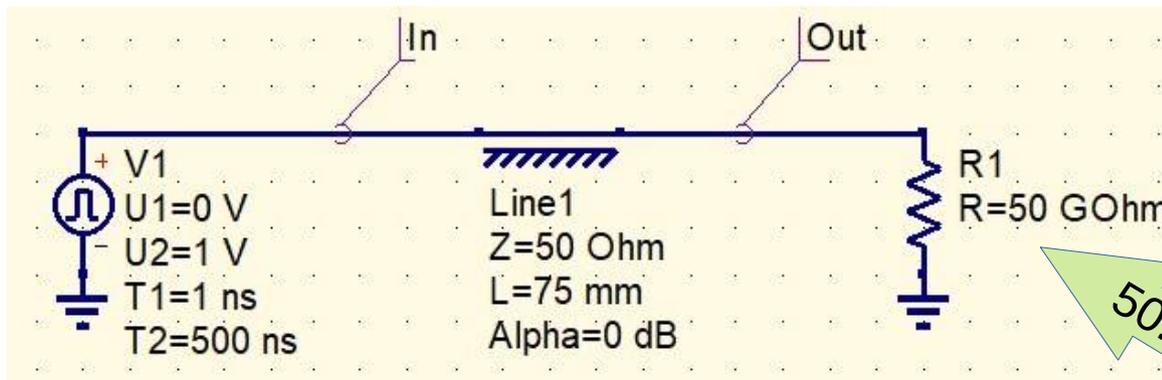


Als 50 Ω Spannungsquelle funktioniert das mit 0 V.



Weiter 10 ns später ist die Leitung leer und alles geht wieder von vorne los.

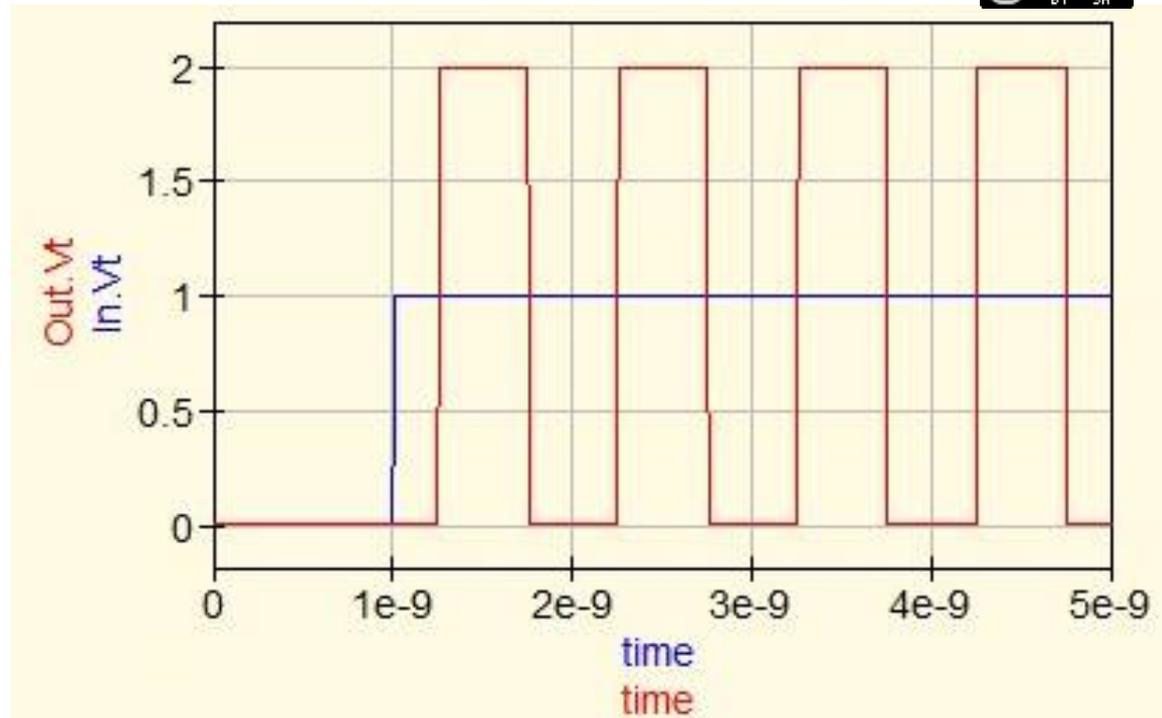
...und ewig so weiter.



Dank an Freund Bernd DJ1BJB für die Simulation!
Alle Recht an den beiden Graphiken bei ihm.



50.000.000.000 Ω



„Ewig weiter“
ist nur ein Denkmodell.

Grenzen:

- Reale Spannungsquelle:
Innenwiderstand $> 0 \Omega$
- Verluste auf der Leitung
- Hinten Widerstand
(oder C oder L mit
Verlusten)

Eingeschwungener Zustand

noch ein Denkmodell

- Anfangs „Fronten“ hin und her, nach und nach ebnet das ab.
- Denkmodell: Eingeschwungener Zustand. Keine „Fronten“ mehr hin und her.
- Grenze: Mathematisch wird das nie komplett erreicht, wenn nicht an einer Seite genau Z_0 angeschlossen ist.
 - Am fernen Ende Widerstand von Z_0 angeschlossen, dann eingeschwungen nach nur einer Laufzeit.
 - Innenwiderstand der Spannungsquelle = Z_0 dann eingeschwungen nach nur zwei Laufzeiten.

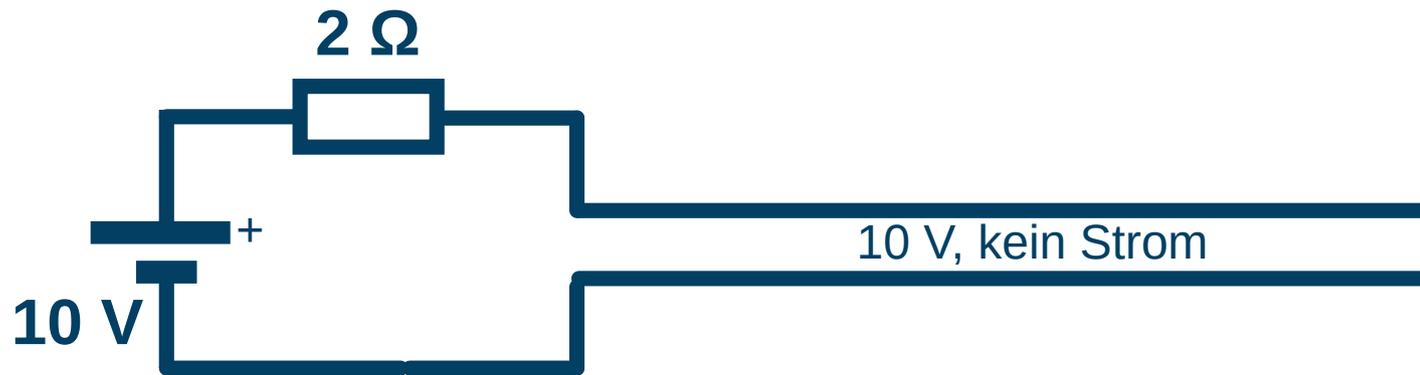
Inhaltsverzeichnis

- Denkmodell-Beispiel:
Spannungsquelle mit Innenwiderstand ✓
- Wellenwiderstand ✓
- Reflexion und Reflektionsfaktor
- Leitungen als Impedanztransformatoren
- Stehwellenverhältnis
- Bonusmaterial

Reflektion

noch ein Denkmodell

Auch im eingeschwungenen Zustand! Beispiel:



verhält sich, als würde die Spannung hinten reflektiert



Das geht auch interessanter!

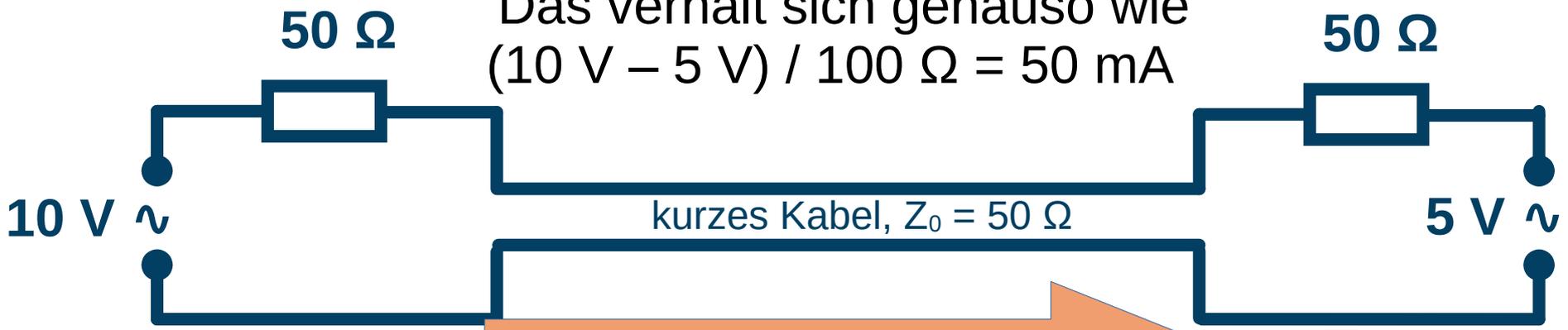
- Keine Gleichspannungsquelle, sondern HF (konstante Frequenz, konstante Amplitude)
- Hinten nicht nur offenes Ende, sondern eine Last Z .

Beispiel:



Durch den 150 Ω Widerstand fließen $10 \text{ V} / (50 \Omega + 150 \Omega) = 50 \text{ mA}$.

Das verhält sich genauso wie
 $(10 \text{ V} - 5 \text{ V}) / 100 \Omega = 50 \text{ mA}$



10 V ursprüngliche Leerlaufspannung

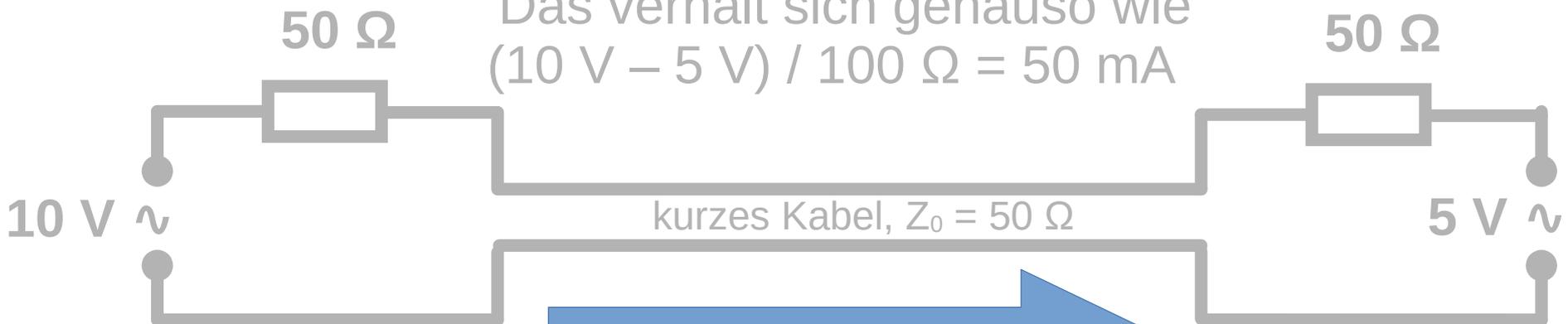
5 V reflektierte Leerlaufspannung

Üblicher:



Durch den 150 Ω Widerstand fließen $10 \text{ V} / (50 \Omega + 150 \Omega) = 50 \text{ mA}$.

Das verhält sich genauso wie
 $(10 \text{ V} - 5 \text{ V}) / 100 \Omega = 50 \text{ mA}$



5 V ursprüngliche Spannung

2,5 V reflektierte Spannung

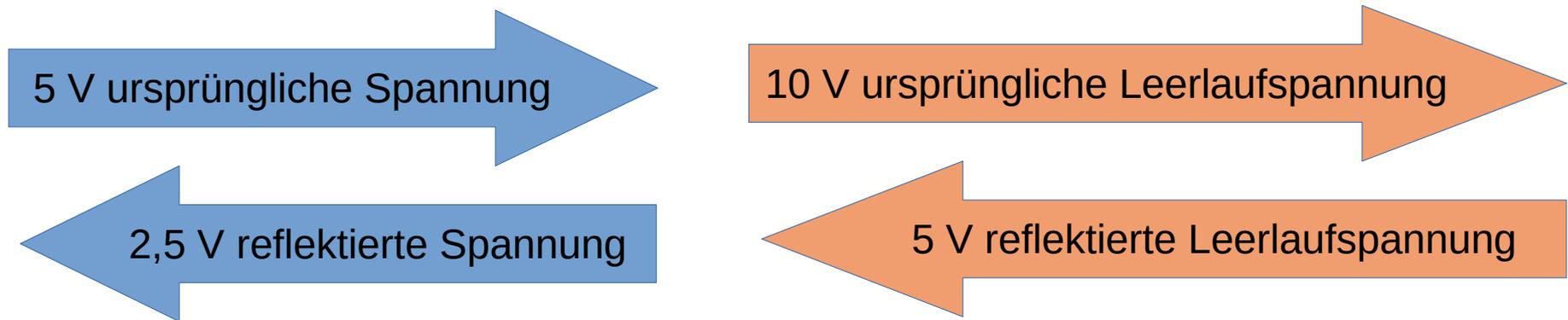
**Die Spannung
auf dem 50 Ω Kabel
ist die Hälfte
der Leerlaufspannung.**

Reflexionsfaktor r

(oder Reflexionskoeffizient r)

$$r = U_{\text{reflektiert}} / U_{\text{ursprünglich}}$$

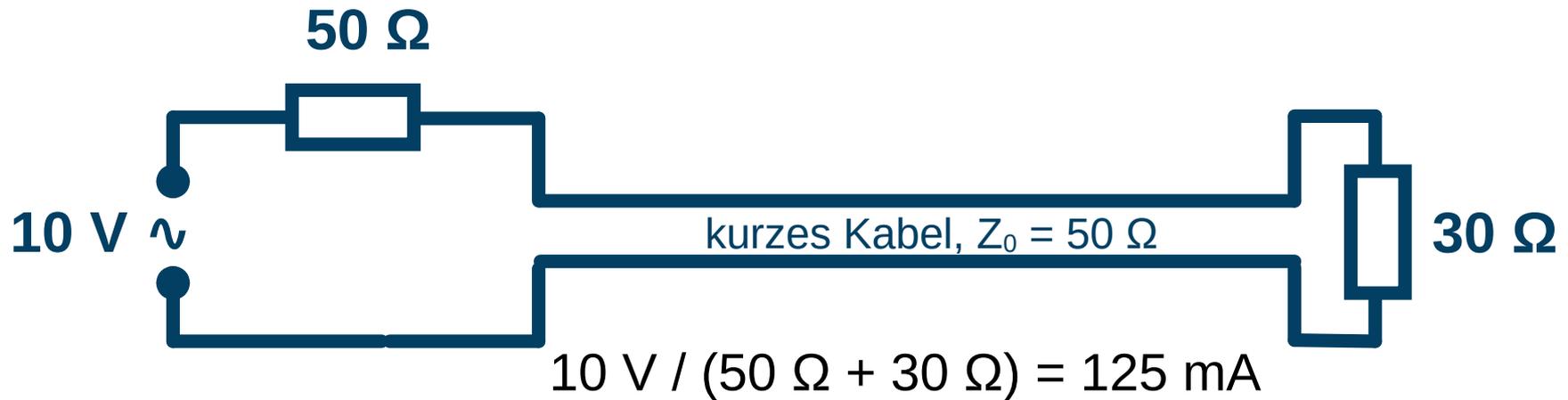
Beispiel:



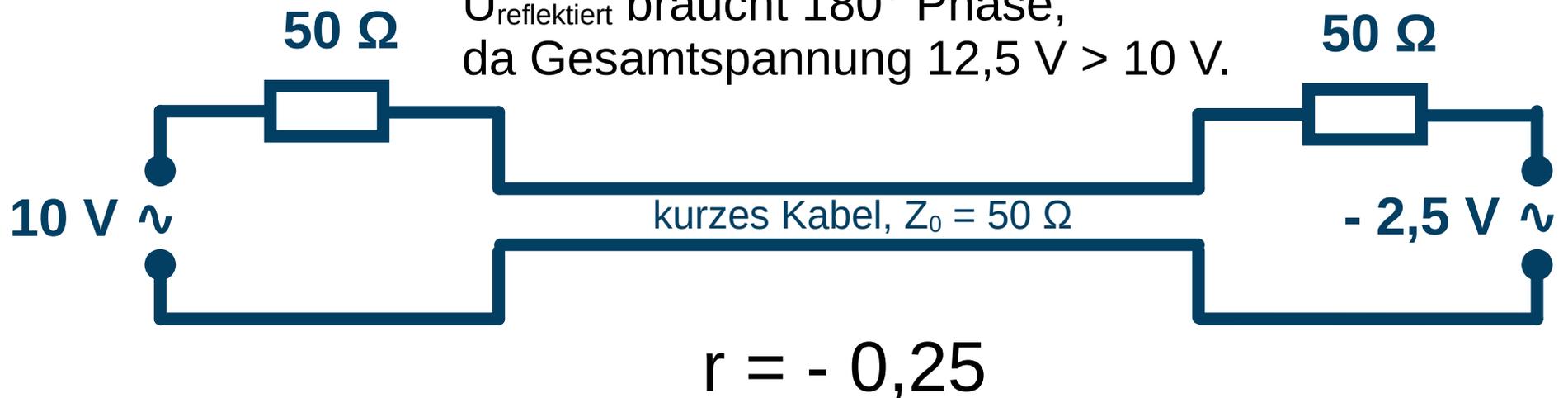
Egal, ob Kabelspannungen oder Leerlaufspannung:

$$r = 2,5 / 5 = 5 / 10 = 0,5$$

Anderes Beispiel



$(50 \Omega + 50 \Omega) \cdot 125 \text{ mA} = 12,5 \text{ V}$
 $U_{\text{reflektiert}}$ braucht 180° Phase,
da Gesamtspannung $12,5 \text{ V} > 10 \text{ V}$.



Allgemeiner Reflexionsfaktor



$$I = U_{\text{urspr}} / (Z + Z_0)$$

$$U_{\text{urspr}} - U_{\text{refl}} = 2 Z_0 I = 2 U_{\text{urspr}} Z_0 / (Z + Z_0)$$

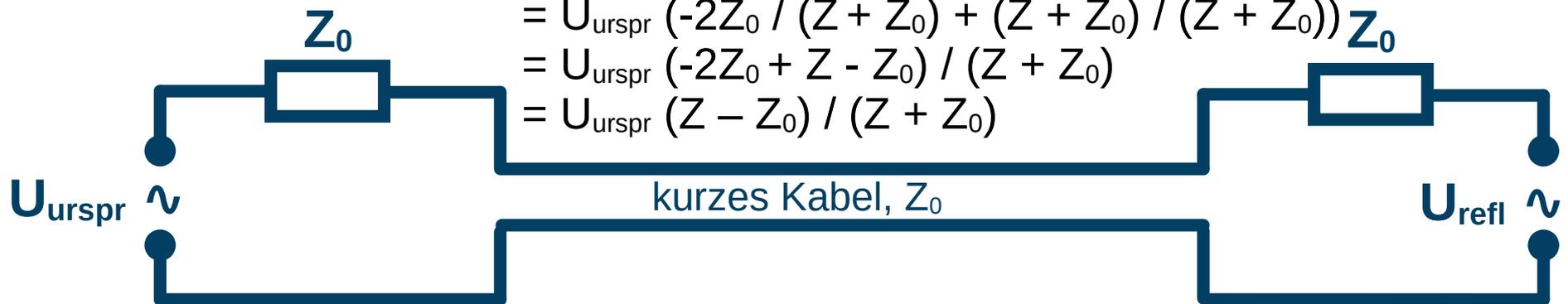
$$-U_{\text{refl}} = 2 U_{\text{urspr}} Z_0 / (Z + Z_0) - U_{\text{urspr}}$$

$$U_{\text{refl}} = -2 U_{\text{urspr}} Z_0 / (Z + Z_0) + U_{\text{urspr}}$$

$$= U_{\text{urspr}} (-2Z_0 / (Z + Z_0) + (Z + Z_0) / (Z + Z_0)) Z_0$$

$$= U_{\text{urspr}} (-2Z_0 + Z - Z_0) / (Z + Z_0)$$

$$= U_{\text{urspr}} (Z - Z_0) / (Z + Z_0)$$



$$r = (Z - Z_0) / (Z + Z_0)$$

Inhaltsverzeichnis

- Denkmodell-Beispiel:
Spannungsquelle mit Innenwiderstand ✓
- Wellenwiderstand ✓
- Reflexion und Reflektionsfaktor ✓
- Leitungen als Impedanztransformatoren
- Stehwellenverhältnis
- Bonusmaterial



langes Kabel, Z_0

Die Phase ist die Magie!



- Betrachten wir nur die eine Seite, verhält sich das an jeder Stelle des Kabels wie Spannung U mit Innenwiderstand Z_0 .
- Der Voltwert $|U|$ der Spannung ändert sich nur, wenn die Signalfont das Kabelende erreicht.
- Im eingeschwungenen Zustand gibt es keine Signalfont mehr. Also ändert sich $|U|$ gar nicht.
- Aber die Phase der Spannung ist an verschiedenen Stellen verschieden!

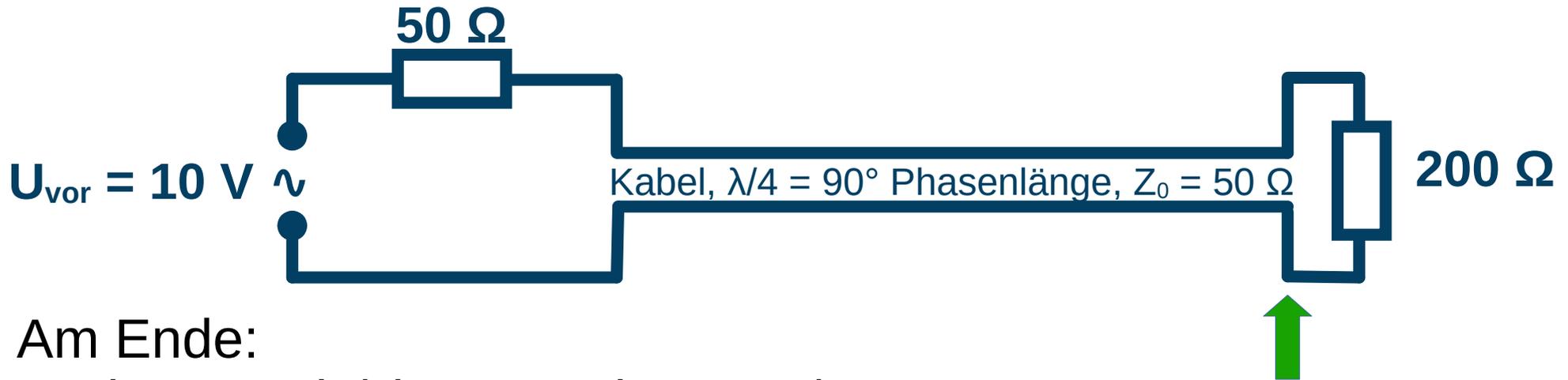
Vorlaufende und rücklaufende Welle

noch ein Denkmodell



- Das vorlaufende Signal geht von links nach rechts durchs Kabel, als wäre das rücklaufende Signal gar nicht da.
- Das rücklaufende Signal geht von rechts nach links durchs Kabel, als wäre das vorlaufende nicht da.
- Terminologie: Vorlaufende und rücklaufende „Welle“

Am Ende: Wie gehabt.



Am Ende:

$$r = (200 - 50) / (200 + 50) = 150 / 250 = 0,6$$

$$\text{Also } U_{\text{rück}} = 0,6 \cdot 10 \text{ V} = 6 \text{ V Leerlauf}$$

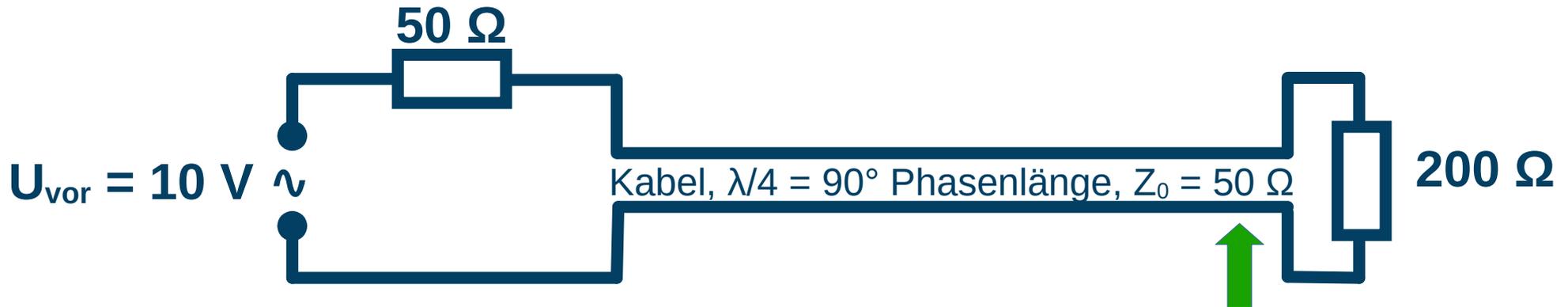
Dort Phasengleichheit,

$$\text{Spannung } (10 \text{ V} + 6 \text{ V}) / 2 = 8 \text{ V},$$

$$\text{Strom } (10 \text{ V} - 6 \text{ V}) / (50 \Omega + 50 \Omega) = 4 \text{ V} / 100 \Omega = 40 \text{ mA}$$

$$\text{oder } 10 \text{ V} / (50 \Omega + 200 \Omega) = 40 \text{ mA}$$

Ein Weniges vor dem Ende



Am Ende:

$U_{\text{vor}} = 10 \text{ V}$, $U_{\text{rück}} = 6 \text{ V}$ bleibt

aber U_{vor} hat einen etwas kürzeren Weg

und $U_{\text{rück}}$ einen etwas längeren

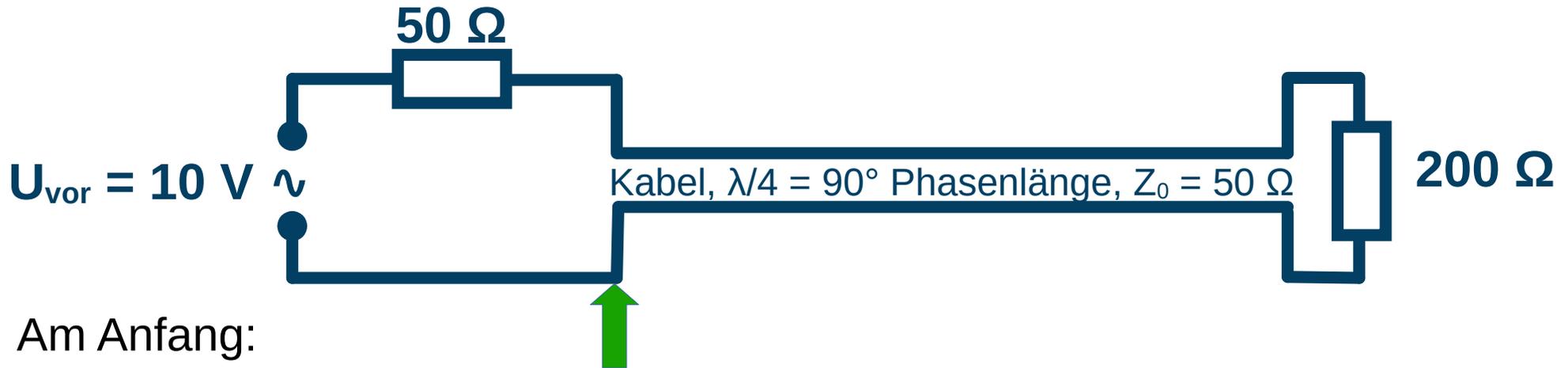
daher ist die Phase von $U_{\text{rück}}$ etwas hinter der von U_{vor} .

Die Gesamtspannung ist etwas kleiner 8 V
und gegenüber U_{vor} an dieser Stelle etwas verspätet.

Der Strom ist nicht mehr $4 \text{ V} / 100 \Omega = 40 \text{ mA}$, sondern
geringfügig größer und gegenüber U_{vor} an dieser Stelle etwas zu früh.

Das verhält sich insgesamt wie ein etwas kleinerer Widerstand in Serie mit einem
Kondensator.

Am Anfang



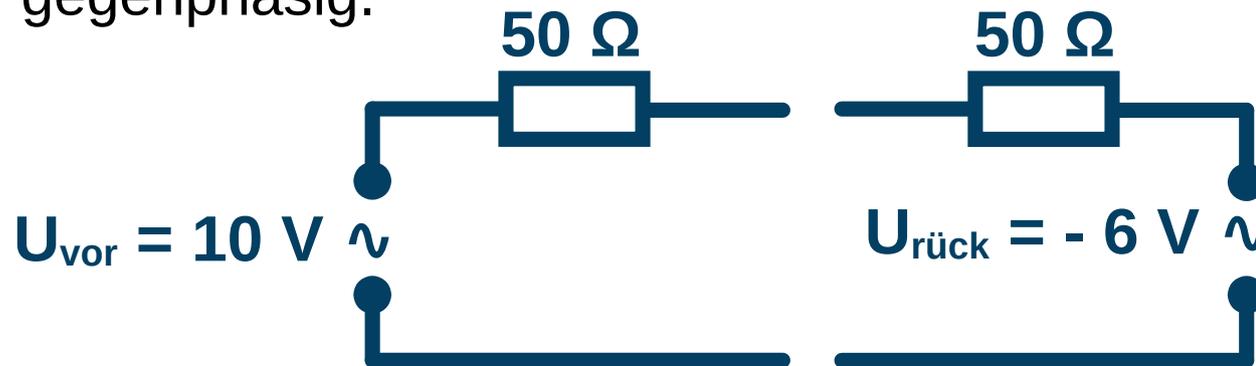
Am Anfang:

$U_{\text{vor}} = 10 \text{ V}$, $U_{\text{rück}} = 6 \text{ V}$ bleibt

aber U_{vor} hat einen $\lambda/4$ kürzeren Weg

und $U_{\text{rück}}$ einen $\lambda/4$ längeren Weg

daher sind die beiden zueinander $\lambda/2$ oder 180° phasenverschoben:
gegenphasig.



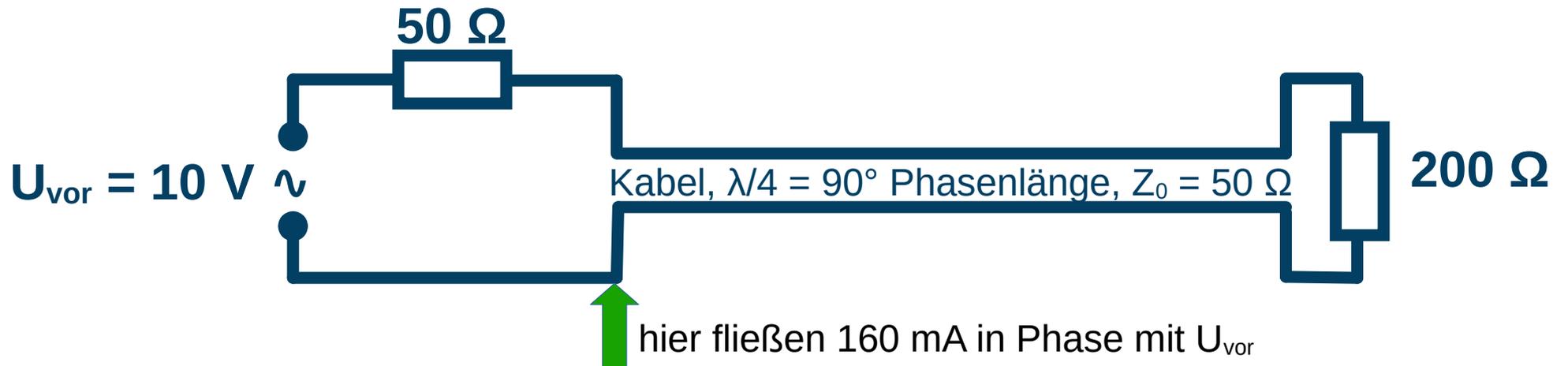
Spannung:

$$(10 \text{ V} - 6 \text{ V}) / 2 = 2 \text{ V}$$

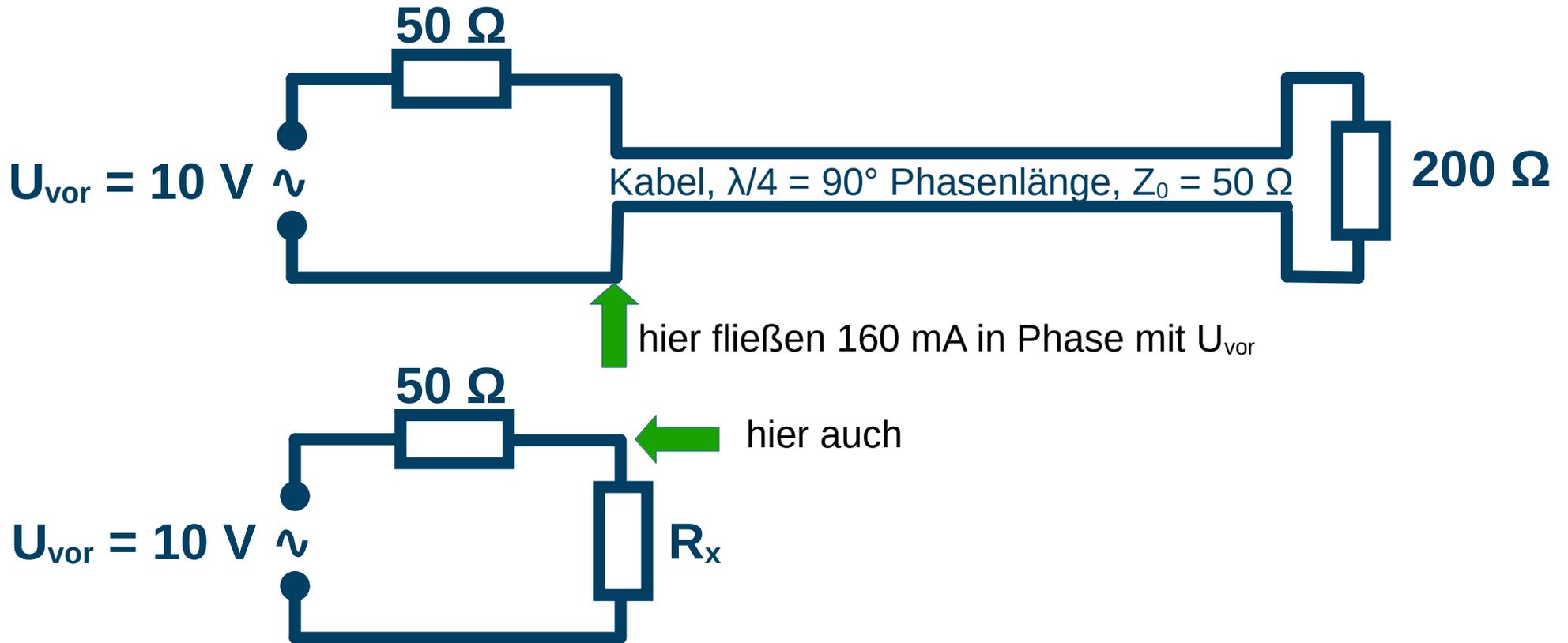
Strom:

$$(10 \text{ V} + 6 \text{ V}) / 100 \Omega = 160 \text{ mA}$$

Am Anfang



Transformation durch Leitungen



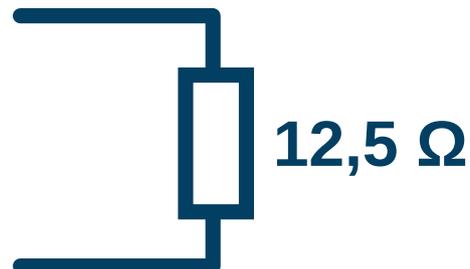
$$R_{\text{gesamt}} = 10 \text{ V} / 160 \text{ mA} = 62,5 \Omega$$

$$R_x = 62,5 \Omega - 50 \Omega = 12,5 \Omega$$

Transformation durch Leitungen



verhält sich im eingeschwungenen Zustand wie



Inhaltsverzeichnis

- Denkmodell-Beispiel:
Spannungsquelle mit Innenwiderstand ✓
- Wellenwiderstand ✓
- Reflexion und Reflektionsfaktor ✓
- Leitungen als Impedanztransformatoren ✓
- Stehwellenverhältnis
- Bonusmaterial

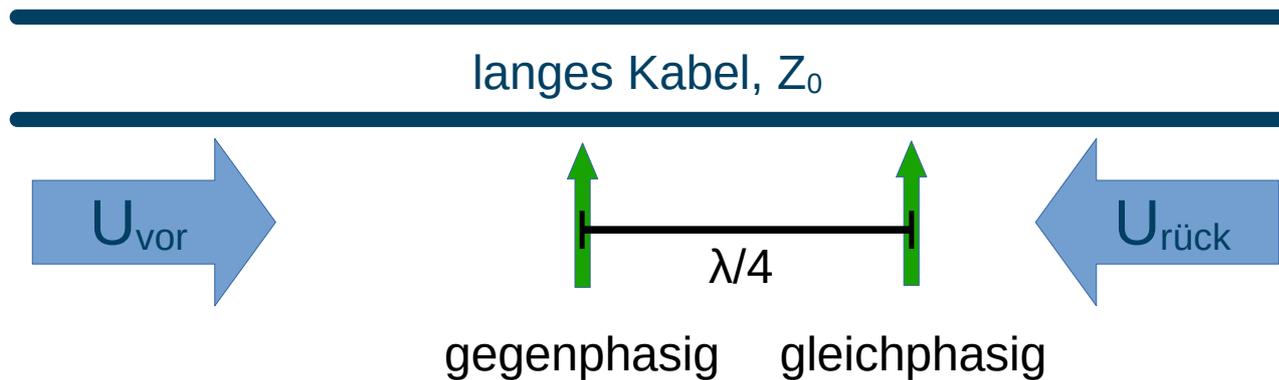
SWR

Standing Wave Ratio

Stehwellenverhältnis

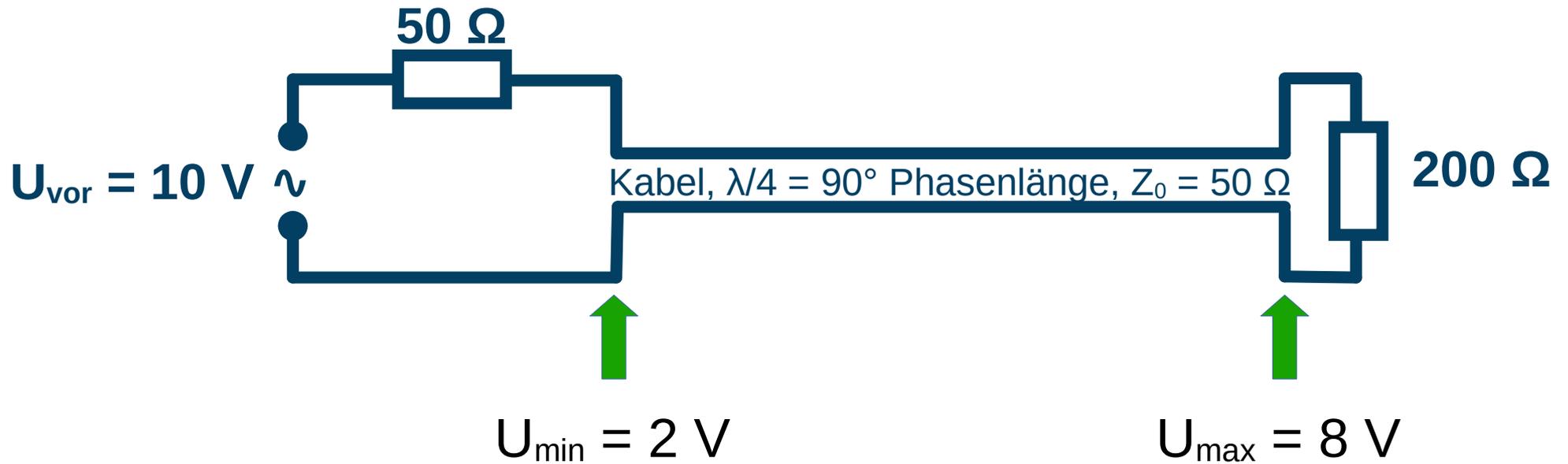
SWR - Definition

- Wenn die Leitung lang genug ist, sind irgendwo U_{vor} und $U_{\text{rück}}$ gleichphasig. Dort: $U_{\text{max}} = (|U_{\text{vor}}| + |U_{\text{rück}}|) / 2$
- $\lambda/4$ von dieser Stelle sind die beiden gegenphasig. Dort: $U_{\text{min}} = (|U_{\text{vor}}| - |U_{\text{rück}}|) / 2$



$$SWR = U_{\text{max}} / U_{\text{min}}$$

SWR – Beispiel



$$\text{SWR} = 8 / 2 = 4$$

SWR aus Reflektionsfaktor

$$\begin{aligned} \text{SWR} &= U_{\max} / U_{\min} \\ &= (|U_{\text{vor}}| + |U_{\text{rück}}|) / (|U_{\text{vor}}| - |U_{\text{rück}}|) \\ &= (|U_{\text{vor}}| + |r| |U_{\text{vor}}|) / (|U_{\text{vor}}| - |r| |U_{\text{vor}}|) \\ &= (1 + |r|) / (1 - |r|) \end{aligned}$$

$$\text{SWR} = (1 + |r|) / (1 - |r|)$$

Inhaltsverzeichnis

- Denkmodell-Beispiel:
Spannungsquelle mit Innenwiderstand ✓
- Wellenwiderstand ✓
- Reflexion und Reflektionsfaktor ✓
- Leitungen als Impedanztransformatoren ✓
- Stehwellenverhältnis ✓
- Bonusmaterial

Die wichtigen Formeln

$$r = (Z - Z_0) / (Z + Z_0)$$

$$SWR = (1 + |r|) / (1 - |r|)$$

SWR bei Widerstandsabschluss

wenn also Z reell ist

- Wenn $Z \geq Z_0$, dann $SWR = Z / Z_0$
Beispiel: $Z_0 = 50 \Omega$, $Z = 75 \Omega$, dann $SWR = 1,5$

Ansatz: $Z = k Z_0$ für $k \geq 1$

$$r = (Z - Z_0) / (Z + Z_0) = (kZ_0 - Z_0) / (kZ_0 + Z_0) = (k - 1) / (k + 1)$$

$$|r| = (k - 1) / (k + 1)$$

$$1 + |r| = 1 + (k - 1) / (k + 1) = (k + 1 + k - 1) / (k + 1) = 2k / (k + 1)$$

$$1 - |r| = 1 - (k - 1) / (k + 1) = (k + 1 - k + 1) / (k + 1) = 2 / (k + 1)$$

$$SWR = (1 + |r|) / (1 - |r|) = (2k / (k + 1)) / (2 / (k + 1)) = k$$

- Wenn $Z \leq Z_0$, dann $SWR = Z_0 / Z$
Wenn $Z_0 = 50 \Omega$, $Z = 40 \Omega$, dann $SWR = 1,25$

Inhaltsverzeichnis

- Denkmodell-Beispiel:
Spannungsquelle mit Innenwiderstand ✓
- Wellenwiderstand ✓
- Reflexion und Reflektionsfaktor ✓
- Leitungen als Impedanztransformatoren ✓
- Stehwellenverhältnis ✓
- Bonusmaterial ✓

Danke für die Aufmerksamkeit!

Alle Rechte an diesem Vortrag:

© 2023 Dr. Andreas Krüger, DJ3EI dj3ei@famsik.de



Dieser Vortrag ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International [Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).

Diese Folien gibt es bei

[https://dj3ei.famsik.de/
2023-Vortrag_HF-Leitungen](https://dj3ei.famsik.de/2023-Vortrag_HF-Leitungen)

Nachtrag 2023-07-19:

Dieser Vortrag bietet das Material in kompakter, konzentrierter Form.

Ich überlege, später im Laufe des Jahres 2023 mehr Beispielen und Erklärungen zu ergänzen.

Das Ergebnis (oder einen Verweis darauf) wird dort dann am selben Ort (wie oben) zu finden sein.

Außerdem halte ich die neue Version dann vermutlich als Dienstagsabendvortrag auf treff.darc.de.

